

4ª Lista de Exercícios – Derivadas Elementares: Cálculo e Aplicações

Calcule as derivadas das funções dos Problemas 1-26. Suponha que a , b , c e k sejam constantes.

1. $y = 5$
 2. $y = 3x$
 3. $y = 5x + 13$
 4. $y = x^{12}$
 5. $y = x^{-12}$
 6. $y = x^{4/3}$
 7. $y = 8t^3$
 8. $y = 3t^4 - 2t^2$
 9. $f(q) = q^3 + 10$
 10. $y = x^2 + 5x + 9$
 11. $y = 6x^3 + 4x^2 - 2x$
 12. $y = 3x^2 + 7x - 9$
 13. $y = 8t^3 - 4t^2 + 12t - 3$
 14. $f(x) = \frac{1}{x^4}$
 15. $y = -3x^4 - 4x^3 - 6x + 2$
 16. $y = 4,2q^2 - 0,5q + 11,27$
 17. $y = z^2 + \frac{1}{2z}$
 18. $y = 3t^5 - 5\sqrt{t} + \frac{7}{t}$
 19. $y = 3t^2 + \frac{12}{\sqrt{t}} - \frac{1}{t^2}$
 20. $f(x) = kx^2$
 21. $y = ax^2 + bx + c$
 22. $Q = aP^2 + bP^3$
 23. $v = at^2 + \frac{b}{t^2}$
 24. $P = a + b\sqrt{t}$
 25. $V = \frac{4}{3}\pi r^2b$
 26. $w = 3ab^2q$
27. Seja $f(x) = x^2 + 1$. Calcule as derivadas $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(2)$ e $f'(-1)$. Verifique suas respostas graficamente.
 28. Seja $f(t) = t^2 - 4t + 5$.
 - (a) Calcule $f'(t)$.
 - (b) Calcule $f'(1)$ e $f'(2)$.
 - (c) Use o gráfico de $f(t)$ para verificar se as respostas obtidas em (b) são razoáveis. Explique.
 29. Seja $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 11$. Calcule $f'(0)$, $f'(2)$, e $f'(-1)$.
 30. Seja $f(x) = x^2 + 3x - 5$. Calcule $f'(0)$, $f'(3)$, e $f'(-2)$.
 31. (a) Use o gráfico de $P(q) = 6q - q^2$ para determinar se as derivadas $P'(1)$, $P'(3)$ e $P'(4)$ são positivas, negativas ou nulas. Justifique sua resposta.
(b) Calcule $P'(q)$ e o valor das três derivadas na parte (a).
 32. (a) Encontre a equação da reta tangente a $f(x) = x^3$ no ponto onde $x = 2$.
(b) Esboce o gráfico da reta tangente e da função no mesmo par de eixos coordenados. Se utilizarmos a reta tangente para estimar a função, obteremos superestimativas ou subestimativas?
 33. A função $f(t) = 700 - 3t^2$ representa a altura de uma duna de areia (em centímetros), onde o tempo, t , é medido em anos desde 1995. Calcule $f(5)$ e $f'(5)$. Use unidades para explicar os resultados em termos da duna.
 34. Encontre a taxa de variação de uma população de tamanho $P(t) = t^3 + 4t + 1$ no instante $t = 2$.

35. Se $f(t) = 2t^3 - 4t^2 + 3t - 1$, calcule $f'(t)$ e $f''(t)$.

36. Se $f(t) = t^4 - 3t^2 + 5t$, calcule $f'(t)$ e $f''(t)$.

37. Os mexilhões-zebra, uma espécie de moluscos de água doce, apareceram originalmente no rio Saint Lawrence no início da década de 80 e se espalharam pelos Grandes Lagos. Suponha que t meses depois de seu aparecimento em uma pequena baía, o número de mexilhões seja dado por $Z(t) = 300t^2$. Quantos mexilhões existem na baía após quatro meses? Qual é a taxa segundo a qual a população está crescendo nesse momento? Quais são suas unidades?

38. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 1)$, onde f é dada por $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 1$.

39. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(t) = 6t - t^2$ no ponto $t = 4$. Esboce o gráfico de $f(t)$ e da reta tangente no mesmo par de eixos coordenados.

40. Utilizando a regra do produto, calcule a derivada das funções abaixo:

(a) $y = (2x - 3)(x^2 - 5x)$

(b) $w = (t - 1)(t + 3)$

(c) $p = (t^2 - 5)(2t + 3)$

41. Utilizando a regra do quociente, determine a derivada das funções abaixo:

(a) $y = \frac{2x - 3}{x + 5}$

(b) $w = \frac{t^2 - 2t}{3t + 4}$

(c) $p = \frac{5}{t^2 - 3t + 5}$

42. No instante $t = 0$, um mergulhador salta de um trampolim a 32 pés de altura. Como a velocidade inicial do mergulhador é de 16 pés por segundo, sua função posição é: $H = -16t^2 + 16t + 32$.

(a) Em que instante o mergulhador atinge a água?

(b) Qual a velocidade do mergulhador no momento do impacto?

5ª Lista de Exercícios – Gabarito Parcial

1 0

3 5

5 $-12x^{-13}$

7 $24t^2$

9 $3q^2$

11 $18x^2 + 8x - 2$

13 $24t^2 - 8t + 12$

15 $-12x^3 - 12x^2 - 6$

17 $2z - \frac{1}{2}z^{-2}$

19 $6t - 6/t^{\frac{2}{3}} + 2/t^{\frac{1}{3}}$

21 $2ax + b$

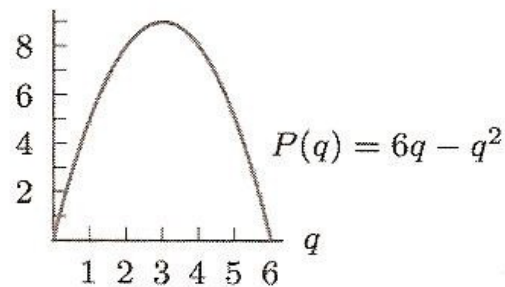
23 $2at - 2b/t^3$

25 $(8\pi r b)/3$

27 $f'(0) = 0; f'(1) = 2; f'(2) = 4; f'$

29 $f'(0) = 7, f'(2) = 3$ e $f'(-1) = 1$

- 31 (a) $P'(1)$: Positiva;
 $P'(3)$: Zero
 $P'(4)$: Negativa;



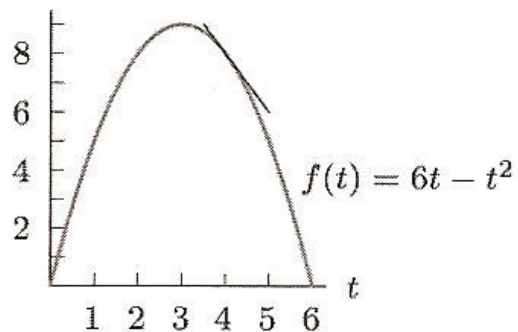
- (b) $P'(1) = 4, P'(3) = 0, P'(4) = -2$

- 33 Altura = 625 cm,
Variando (por erosão) -30 cm/ano

35 $f'(t) = 6t^2 - 8t + 3$
 $f''(t) = 12t - 8$

- 37 4800 mexilhões após 4 meses, está aumentando 2400 mexilhões por mês

39 $y = -2t + 16$



40.

a) $y' = 2(x^2 - 5x) + (2x - 3)(2x - 5) = 2x^2 - 10x + 4x^2 - 10x - 6x + 15 = 6x^2 - 26x + 15$

b) $w' = 1(t + 3) + (t - 1)1 = t + 3 + t - 1 = 2t + 2$

c) $p' = 2t(2t + 3) + (t^2 - 5)2 = 4t^2 + 6t + 2t^2 - 10 = 6t^2 + 6t - 10$

41.

a) $y' = \frac{13}{(x+5)^2}$

b) $w' = \frac{3t^2 + 8t - 8}{(3t+4)^2}$

c) $p' = \frac{-10t + 15}{(t^2 - 3t + 5)^2}$

42.

a) Na água temos $H = 0 \Rightarrow -16t^2 + 16t + 32 = 0 \Rightarrow t = 2s$

b) $v = \frac{dH}{dt} \Rightarrow v = -32t + 16 \Rightarrow v(2) = -48$ m/s.