

6ª Lista de Exercícios – Derivada da Função Composta

Questão 01. Utilizando a “regra da cadeia”, diferencie as funções abaixo:

a) $y = (5x - 2)^3$

b) $w = \sqrt{2t^2 + 5t}$

c) $p = \frac{3}{(2t - 5)^2}$

Questão 02. Um corpo se move em linha reta de acordo com a equação $S = \sqrt{4 + 3t^2}$, onde S é dado em metros e t em segundos.

- Determine a velocidade média desse corpo no intervalo [0,2].
- Determine a velocidade do corpo no instante $t = 2s$.

Questão 03. Despeja-se areia sobre o chão fazendo um monte que tem, a cada instante, a forma de um cone com diâmetro de base igual à altura. Quando a altura do monte é de 3 m, a taxa de variação com que a areia é despejada é de $0,01 \text{ m}^3/\text{min}$. Qual a taxa de variação da altura do monte quando esta for de 3 m?

Questão 04. Sabemos que a área de um quadrado é função do seu lado. Determinar:

- A taxa de variação média da área de um quadrado em relação ao lado quando este varia de 2,5 para 3 m.
- A taxa de variação da área em relação ao lado quando este mede 4 m.

Questão 05. Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50(80 - t)^2$. Determinar:

- A taxa de variação média do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento.
- A taxa de variação do volume de água no reservatório após 8 horas de escoamento.
- A quantidade de água que sai do reservatório nas 5 primeiras horas de escoamento.

Questão 06. Um quadrado de lado L está se expandindo segundo a equação $L = 2 + t^2$, onde a variável t representa o tempo. Determinar a taxa de variação da área desse quadrado quando $t = 2$.

Questão 07. Acumula-se areia em um monte com a forma de um cone onde a altura é igual ao raio da base. Se o volume de areia cresce a uma taxa de $10 \text{ m}^3/\text{h}$, a que razão aumenta a área da base quando a altura do monte é de 4 m?

Questão 08. Uma escada de 5 m de comprimento está apoiada contra a parede de uma casa. A base da escada é afastada da casa à razão de 1 m/s. Com que rapidez o topo da escada se move ao longo da parede quando a base está a 3 m da casa ?

GABARITO PARCIAL

Questão 01.

a) $y' = 15(5x - 2)^2$

b) $w' = \frac{4t + 5}{2\sqrt{2t^2 + 5t}}$

c) $p' = \frac{-12}{(2t - 5)^3}$

Questão 02. a) $v_m = 1 \text{ m/s}$

b) $v = \frac{3t}{\sqrt{4 + 3t^2}} \Rightarrow v(2) = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{16}} = 1,5 \text{ m/s}$

Questão 04. a) $\frac{\Delta A}{\Delta l} = 5,5$

b) $\frac{dA}{dl} = 2l \Rightarrow \frac{dA}{dl}(2) = 2 \cdot 2 = 4$

Questão 05.

a) $\frac{\Delta V}{\Delta t} = -7500 \text{ litros / hora}$ (o sinal negativo indica que o volume de água está diminuindo com o tempo)

b) $\frac{dV}{dt} = -100(80 - t) \Rightarrow \frac{dV}{dt}(8) = -7200 \text{ litros / hora}$

c) No início temos $V(0) = 320000 \text{ litros}$

5 horas depois o volume de água é dado por $V(5) = 281250 \text{ litros}$

Volume de água que saiu do reservatório nas 5 primeiras horas é : $320000 - 281250 = 38750 \text{ litros}$.

Questão 06.

Sendo A a área de uma quadrado de lado l segue que $A = l^2$, como $l = 2 + t^2$ temos: $A = (2 + t^2)^2$.

Queremos $\frac{dA}{dt}(2)$.

$$\frac{dA}{dt} = 2(2 + t^2) \cdot 2t = 4t(2 + t^2) \Rightarrow \frac{dA}{dt}(2) = 48 \text{ unidades de área / unidade de tempo}$$